Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
19.03.2016.

VI разред

1. Збир три цела броја је 0. Збир њихових апсолутних вредности је 8. Одреди те бројеве.

2. Одреди цифру A у тринаестоцифреном броју

$$\overline{111111A999999}$$

тако да број буде дељив са 7.

3. Одреди природне бројеве m и n тако да у низу

$$2, 5, 5, m, n, 11$$

ниједан број не буде мањи од претходног и да аритметичка средина свих шест бројева буде природан број.

4. Конструиши троугао ако је $t_c = 5\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $\alpha = 75°$.

5. Нека је H ортоцентар троугла ABC у коме важи $\measuredangle ACB = 45°$. Докажи да важи $CH = AB$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

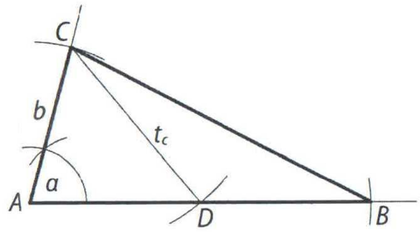
VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

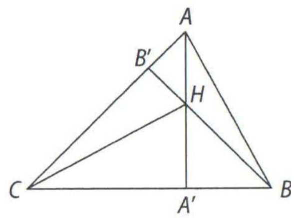
1. Нека су тражени бројеви a, b, c и нека је $a \leq b \leq c$. Како је збир три броја 0, а збир апсолутних вредности већи од 0, то су могући следећи случајеви:
1) $a < 0, b = 0, c > 0$. Како је $a = -c$ и $|a| + |c| = 8$, то је $a = -4, b = 0, c = 4$.
2) $a < 0, b < 0, c > 0$. Тада је $|a| + |b| = |c|$, то је $c = 4$, а за a и b постоје могућности $a = -3, b = -1$ или $a = -2, b = -2$.
3) $a < 0, b > 0, c > 0$. Тада је $|a| = |b| + |c|$, то је $a = -4$, а за b и c постоје могућности $b = 1, c = 3$ или $b = 2, c = 2$ [**свако тачно решење по 4 поена**].

2. (**МЛ 50/2**) Број $111111 = 15873 \cdot 7$ је дељив са 7, као и број $999999 = 9 \cdot 111111$ [**5 поена**]. Важи $\overline{111111A999999} = 111111 \cdot 10^7 + 999999 + A \cdot 10^6$ [**5 поена**]. Да би тражени број био дељив са 7 то и $A \cdot 10^6$ мора бити дељив са 7 [**4 поена**]. Како 10^6 није дељиво са 7, закључујемо да је $A = 0$ или $A = 7$ [**свако тачно решење по 3 поена**].

3. Из услова задатка мора да је $5 \leq m \leq n \leq 11$ и збир $2 + 5 + 5 + m + n + 11 = 23 + m + n$ мора бити дељив са 6 [**8 поена**]. Како је $10 \leq m + n \leq 22$, то је $m + n = 13$ или $m + n = 19$ [**сваки случај по 3 поена**]. Одавде добијамо три решења: $m = 5, n = 8$ или $m = 6, n = 7$ или $m = 9, n = 10$ [**свако решење по 2 поена**].



4. Нека је D средиште странице AB. У троуглу ACD познате су нам две странице и угао наспрам веће па га можемо конструисати [**10 поена**]. Конструкцијом овог троугла добили смо 2 темена троугла и тачку D која је средиште странице AB. Треће теме добијамо у пресеку полуправе AD и кружнице полупречника AD са центром у тачки D [**10 поена**]. [Уколико ученик не конструише угао од 75° већ га нацрта одузети 5 поена]



5. Нека су A' и B' подножја висина из темена A и B датог троугла. Из услова $\measuredangle ACB = 45°$ лако следи да су троуглови CAA', CBB' [**5 поена**], HAB', $HA'B$ [**5 поена**] једнакокрако-правоугли. Троуглови CHA' и ABA' су подударни на основу става УСУ ($CA' = AA'$ и углови 90°, β, 90° − β), одакле одмах следи $CH = AB$ [**10 поена**].